

Pendekatan Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) Untuk Pemodelan Data Gempa

Novita Serly Laamena

Jurusan Sistem Informasi, Fakultas Teknik, Universitas Satya Negara Indonesia

Email: nolabers2111@gmail.com

ABSTRAK

Indonesia merupakan negara kepulauan yang terletak di daerah tektonik yang sangat kompleks dan aktif. Kondisi ini menyebabkan Indonesia masuk dalam wilayah yang mempunyai potensi kegempaan tertinggi di dunia. Salah satu wilayah Indonesia yang sering dilanda gempa bumi adalah wilayah Laut Banda. Pada penelitian ini, dilakukan prediksi kekuatan gempa dengan menggunakan model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan asumsi bahwa lokasi-lokasi penelitian bersifat heterogen. Besar kebergantungan dan pengaruh lokasi yang satu dengan lokasi yang lainnya diwakili oleh matriks bobot. Berdasarkan Pendekatan Invers Matriks Autokovariansi (IMAK), diperoleh bahwa Data Set 1 dan Data Set 2 tidak stasioner, sehingga tidak cocok dimodelkan dengan GSTAR. Model yang tepat untuk memprediksi Data Set 3 adalah GSTAR (1;3) dengan menggunakan matriks bobot biner, dan model yang tepat untuk memprediksi Data Set 4 adalah GSTAR (1;2) dengan menggunakan matriks bobot biner.

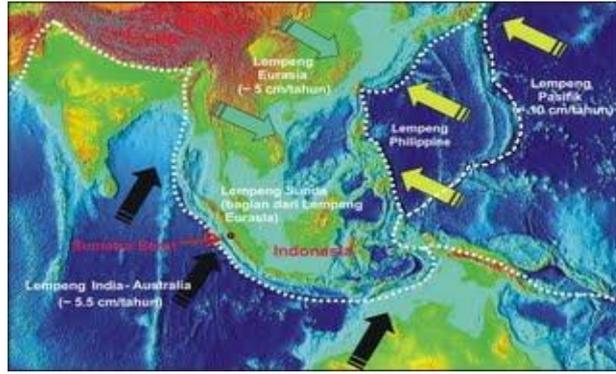
Kata kunci: Space-Time, Matriks Bobot, GSTAR, IMAK.

Pendahuluan

Indonesia adalah negara kepulauan yang terletak di daerah tektonik yang sangat kompleks dan aktif. Kondisi ini menyebabkan Indonesia masuk dalam wilayah yang mempunyai potensi kegempaan tertinggi di dunia. Wilayah Indonesia berada pada pertemuan tiga lempeng tektonik dunia yaitu lempeng Eurasia di bagian utara, lempeng Indo-Australia di bagian selatan dan lempeng Samudera Pasifik di bagian timur. Lempeng Indo-Australia bertabrakan dengan lempeng Eurasia di lepas pantai Sumatera, Jawa, Nusa Tenggara, dan dengan lempeng Samudera Pasifik di Utara Irian dan Maluku Utara. Di sekitar lokasi pertemuan lempeng ini, akumulasi energi tabrakan terkumpul sampai suatu titik dimana lapisan bumi tidak lagi sanggup menahan tumpukan energi sehingga lepas berupa gempa bumi. Letak wilayah Indonesia pada lempengan tektonik dunia, dapat dilihat pada Gambar 1. Catatan Direktorat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi (DVMBG) Departemen Energi dan Sumber Daya Mineral menunjukkan bahwa ada 28 wilayah di Indonesia yang dinyatakan rawan gempa dan tsunami salah satunya adalah wilayah Laut Banda-Maluku.

Salah satu upaya untuk mengurangi akibat yang ditimbulkan oleh gempa, adalah dengan melakukan prediksi. Gempa bumi merupakan suatu kejadian yang tidak sepenuhnya tunggal, tetapi kejadian-kejadian tersebut saling berhubungan baik kekuatan, waktu dan tempat kejadian yang satu dengan yang lainnya. Space-Time adalah salah satu model yang menggabungkan unsur keterkaitan waktu dan lokasi pada suatu data deret waktu dan lokasi. Model space-time ini pertama kali diperkenalkan oleh Cliff dan Ord yang kemudian dikembangkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1980). Pfeifer dan Deutsch mengadopsi tahapan-tahapan yang dikembangkan oleh Box-Jenkins untuk pemodelan ARIMA, yang mencakup tentang identifikasi, estimasi, dan cek diagnostik ke dalam pemodelan STARIMA (*Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average*). Pada model *Space-Time* observasi di suatu lokasi pada satu waktu dipengaruhi oleh observasi-observasi di masa lampau di lokasi tersebut dan juga di lokasi sekitarnya. Kelemahan dari metode STAR telah direvisi dan dikembangkan oleh Borovkova, Lopuhaa dan Ruchjana melalui suatu model yang dikenal dengan model GSTAR (*Generalized Space Time Autoregressive*).

Banyak penelitian tentang GSTAR dan penerapannya yang telah dilakukan dalam bidang pertanian, pertambangan, ekonomi, dan lain-lain. Dalam penelitian ini, akan digunakan analisis *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk melakukan pemodelan terhadap data gempa di wilayah Laut Banda – Maluku.



Gambar 1. Letak Indonesia Pada 3 Lempeng Tektonik Besar Dunia.

Rumusan Masalah

Bagaimana menentukan Bagaimana menentukan model yang sesuai dengan data gempa di wilayah Laut Banda - Maluku

Tujuan Penelitian

Melakukan Pemodelan terhadap besaran gempa di Laut Banda –Maluku pada bulan Januari – Juni 2010 dengan menggunakan model GSTAR (*Generalized Space Time Autoregressive*).

Tinjauan Pustaka

Menurut Pfeifer dan Deutsch (1980), model ruang runtun waktu $z_i(t)$, diekspresikan sebagai kombinasi linier dari observasi masa lalu dan error, dirumuskan sebagai berikut:

$$Z_i(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} L^{(\ell)} Z_i(t - k) - \sum_{k=1}^q \sum_{\ell=0}^{m_k} \theta_{k\ell} L^{(\ell)} \varepsilon_i(t - k) + \varepsilon_i(t)$$

Dimana p adalah order *autoregressive*, q adalah order *moving average*, λ_k adalah orde spasial dari *autoregressive* ke- k , m_k adalah orde spasial dari *moving average* ke- k , $\phi_{k\ell}$ dan $\theta_{k\ell}$ adalah parameter, dan $\varepsilon_i(t)$ adalah *random normal errors*.

$$E[\varepsilon_i(t)] = 0$$

$$E[\varepsilon_i(t)\varepsilon_j(t + s)] = \begin{cases} \sigma^2 & i = j, \quad s = 0 \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

Persamaan di atas disebut dengan model *STARMA* ($p\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p, qm_1, m_2, \dots, m_q$) dan dapat ditulis dalam bentuk vektor menjadi:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t - k) - \sum_{k=1}^q \sum_{\ell=0}^{m_k} \theta_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \boldsymbol{\varepsilon}(t - k) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan

$$E[\varepsilon_i(t)\varepsilon_j(t + s)'] = \begin{cases} \sigma^2 I_N & s = 0 \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

Jika $q = 0$, maka hanya ada unsur *autoregressive*, sehingga model hanya mengandung *space-time autoregressive* atau disebut model *STAR* ($p\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dinyatakan,

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t-k) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

STAR merupakan salah satu bentuk model *space time*, memiliki p sebagai order dari *autoregressive* dan λ_k sebagai orde spasial dari *autoregressive* ke- k . Besar dari nilai orde dapat dijelaskan dalam level identifikasi dari tiga tahap pembangunan model.

Model Generalized Space Time Autoregresivve (GSTAR)

Model STAR mengasumsikan lokasi-lokasi yang digunakan dalam penelitian adalah sama, sehingga model ini hanya dapat diterapkan pada lokasi yang bersifat seragam. Sedangkan pada model GSTAR terdapat asumsi yang menyatakan lokasi - lokasi penelitian yang bersifat heterogen, sehingga perbedaan antar lokasi ini ditunjukkan dalam bentuk matriks pembobot. Suatu proses stokastik $Z_i(t)$, dalam hal ini adalah merupakan besaran gempa di lokasi i pada waktu t , dimana $i=1,2,\dots,N$ dan $t=1,2,\dots,T$ dikatakan mengikuti Model GSTAR apabila dapat dinyatakan sebagai suatu kombinasi linear dari besaran gempa sebelumnya dengan indeks waktu dan lokasi tertentu. Model GSTAR($p: \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots, \lambda_p$) dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \Phi_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t-k) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

Dimana k adalah orde waktu autoregressive ($k = 1,2,\dots,p$), ℓ adalah orde spasial autoregressive ($\ell = 0,1,2,\dots,\lambda_k$) dan $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ adalah vektor error yang berukuran ($N \times 1$) yang diasumsikan berdistribusi normal dan i.i.d. $\mathbf{W}^{(\ell)}$ adalah matriks bobot untuk lag spasial ke - ℓ , dimana elemen pada diagonal utamanya adalah 0 dan jumlah elemen tiap baris adalah 1, dan $\Phi_{k\ell}$ adalah matrix diagonal berukuran ($N \times N$) yang menyatakan parameter autoregressive orde waktu $-k$ dan orde spasial $-\ell$ untuk setiap lokasi $i = 1,2,\dots,N$. Dapat dituliskan:

$$\Phi_{k\ell} = (\phi_{k\ell}^{(1)}, \phi_{k\ell}^{(2)}, \dots, \phi_{k\ell}^{(N)})$$

Matriks Bobot

Kejadian gempa bumi pada satu lokasi memiliki keterkaitan dengan kejadian gempa bumi di lokasi lain. Keterkaitan antar lokasi dalam satu lag spasial dinyatakan dalam matriks bobot. Hal yang terlebih dahulu harus dilakukan sebelum membangun matriks bobot adalah pendefinisian orde lag spasial. Pfeifer dan Deutsch (1980) mendefinisikan orde spasial untuk dua dan satu sistem dimensi dalam grid yang teratur.

Pada dasarnya, matriks bobot sendiri adalah matriks bujur sangkar berukuran $N \times N$ yang bisa berupa matriks simetris atau tidak simetris, dengan sifat sebagai berikut:

1. Diagonal matriks bobot \mathbf{W} adalah nol, karena dianggap tidak ada jarak dengan dirinya sendiri.
2. Total bobot untuk tiap lokasi adalah 1 atau $\sum_{j=1}^N W_{ij} = 1$ berlaku untuk semua lokasi $S_i, i = 1,2, \dots, N$.
3. Setiap nilai bobot $W_{ij} \geq 0$

Beberapa jenis matriks bobot yang digunakan pada model *space-time*, yaitu:

1. Bobot Biner

$$W_{ij}^{(\ell)} = \begin{cases} 1 & , \text{jika } d_{ij} = \min\{d_{ij}, d_{ik}\} \text{ untuk } j \neq k \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases}$$

2. Bobot Seragam

Bobot seragam dipengaruhi oleh banyaknya lokasi di sekitar lokasi yang diamati dalam lag spasial tertentu

$$W_{ij}^{(\ell)} = \begin{cases} \frac{1}{n_i^{(\ell)}}, j \text{ adalah tetangga } i \text{ pada lag ke } -\ell \\ 0, \text{ lainnya} \end{cases}$$

Dengan $n_i^{(\ell)}$ adalah banyaknya tetangga terdekat dari lokasi i , pada orde spasial ℓ .

3. Bobot Tidak Seragam

Bobot tidak seragam bersifat lebih umum dan kompleks dari matriks seragam karena setiap lokasi memberi pengaruh yang berbeda-beda.

Beberapa matriks tidak seragam adalah:

a. Bobot Spasial

Bobot spasial bertujuan untuk menentukan bobot menggunakan korelasi spasial. Bobot spasial pada awalnya digunakan karena adanya autokorelasi dalam model time series. Korelasi spasial melalui semivariogram merupakan kuantifikasi variasi pengamatan dari suatu pergeseran lokasi pada jarak dan arah tertentu.

b. Bobot Jarak

Bobot jarak merupakan salah satu pendefinisian matriks euclidean. Elemen-elemen matriks bobot jarak didefinisikan sebagai:

$$W_{ij}^{(\ell)} = \begin{cases} \frac{1}{1 + d_{ij}^{(\ell)}}, j \text{ adalah tetangga } i \text{ pada lag ke } -\ell \\ \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{1 + d_{ij}^{(\ell)}}}, j \text{ adalah tetangga } i \text{ pada lag ke } -\ell \\ 0, \text{ lainnya} \end{cases}$$

Dengan d_{ij} menyatakan jarak euclidean antara lokasi i dan lokasi j .

Dalam penelitian ini, matriks bobot yang digunakan adalah matriks bobot biner dan matriks bobot seragam.

Tahapan Pemodelan Space-Time

Tahapan – tahapan dari pemodelan pemodelan space-time adalah:

1. Identifikasi Model

Model space-time dapat diidentifikasi melalui *space time autocorrelation functions* (STACF) dan *space time partial autocorrelation functions* (STPACF). STACF adalah sebuah fungsi yang mengekspresikan *covariance* antara titik-titik yang mempunyai *lag* dalam waktu dan ruang (Pfeifer). Berdasarkan definisi dari lag spasial yang sudah disebutkan sebelumnya, maka sebuah rata-rata *covariance* antara matriks pembobot ke- ℓ dari suatu lokasi dan matriks pembobot ke- k dari lokasi yang sama pada lag waktu s , dapat dirumuskan :

$$\gamma_{\ell k}(s) = \frac{1}{N} \text{tr} \{ \mathbf{W}^{(k)'} \mathbf{W}^{\ell} \mathbf{\Gamma}(s) \}$$

Dimana $\gamma_{\ell k}(s)$ menyatakan rata-rata kovariansi antara lag spasial ke- k dan lag spasial ke- ℓ dalam lag waktu s , $\mathbf{\Gamma}(s) = E[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t+s)']$ adalah kovariansi pada lag waktu s . Elemen – elemen dari $\mathbf{\Gamma}(s)$ adalah kovariansi antara $\mathbf{Z}(t)$ dan $\mathbf{Z}(t+s)$, $\text{tr}[A]$ adalah *trace* dari A yang didefinisikan pada matriks persegi sebagai jumlah dari elemen-elemen diagonal. Kemudian estimasi dari $\mathbf{\Gamma}(s)$

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}(s) = \sum_{t=1}^{T-s} \frac{\mathbf{Z}(t) \mathbf{Z}(t+s)'}{T-s}$$

Space Time Autocorrelation Function (STACF) didefinisikan sebagai:

$$\rho_{\ell k}(s) = \frac{\gamma_{\ell k}(s)}{[\gamma_{\ell \ell}(0)\gamma_{kk}(0)]^{\frac{1}{2}}}$$

Dimana $\gamma_{\ell k}(s)$ menyatakan rata- rata kovariansi antara lag spasial ke-k dan lag spasial ke- ℓ dalam lag waktu s.

Selain menggunakan *Space Time Autocorrelation Function*, untuk mengidentifikasi model GSTAR dihitung juga *space time partial correlation function* (STPACF). Definisi *Space Time Partial Correlation Function* diambil dari bentuk model STAR dengan mengalikan kedua sisi dari model umum STAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$)

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t-k) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

Kemudian mengalikan ke dua ruas dengan $[\mathbf{W}^h \mathbf{z}(t-s)]'$ sehingga diperoleh:

$$\mathbf{Z}(t-s)' \mathbf{W}^{(h)'} \mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} \mathbf{Z}(t-s)' \mathbf{W}^{(h)'} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t-k) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \mathbf{Z}(t-s)' \mathbf{W}^{(h)'} \mathbf{Z}(t)$$

Pengambilan nilai ekspektasinya didapat

$$E[\mathbf{Z}(t-s)' \mathbf{W}^{(h)'} \mathbf{Z}(t)] = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} E[\mathbf{Z}(t-s)' \mathbf{W}^{(h)'} \mathbf{W}^{(\ell)} \mathbf{Z}(t-k)]$$

Dengan mengalikan persamaan di atas dengan $\frac{1}{N}$ diperoleh:

$$\gamma_{h0}(s) = \sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \phi_{k\ell} \gamma_{h\ell}(s-k)$$

Sistem persamaan di atas memberikan persamaan Yule-Walker model Space –Time untuk $s = 1, 2, \dots, p$ dan $h = 0, 1, \dots, \lambda$. Misalkan *Space Time Partial Correlation Function* dengan lag spasial $\lambda = 2$ dan lag waktu p akan mempunyai barisan koefisien $\phi_{10}, \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{20}, \phi_{21}, \phi_{22}, \dots, \phi_{p0}, \phi_{p1}, \phi_{p2}$.

Pola Teoritis STACF dan STPACF dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Pola Teoritis STACF dan STPACF

Model	STACF	STPACF
GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$)	Menurun secara eksponensial	Terpotong setelah lag waktu ke-p, lag spasial ke- λ_p
GSTMA ($q; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$)	Terpotong setelah lag waktu ke-q, lag spasial ke- λ_q	Menurun secara eksponensial
GSTARMA ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p; q; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$)	Menurun secara eksponensial	Menurun secara eksponensial

2. Estimasi Parameter

Misalkan diberikan observasi $Z(t) = Z_1(t), Z_2(t), \dots, Z_N(t)$ dengan $t = 1, 2, \dots, T$, $Z_1(t)$ menyatakan besaran gempa pada saat t di lokasi 1, $Z_2(t)$ menyatakan besaran gempa pada saat t di lokasi 2, dan seterusnya sampai $Z_N(t)$ menyatakan besaran gempa pada saat t di lokasi N maka model GSTAR pada persamaan II.4 dapat ditulis dalam bentuk linear sebagai:

$$Z = X\Phi + \varepsilon$$

Dengan $Z = \begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_N(t) \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & X_N \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_N \end{pmatrix}, \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix}$

Karena $Z = X\Phi + \varepsilon$, maka $\varepsilon = Z - X\Phi$, sehingga

$$\begin{aligned} \varepsilon' \varepsilon &= (Z - X\Phi)(Z - X\Phi)' \\ S(\Phi) &= \varepsilon' \varepsilon = (Z - X\Phi)' (Z - X\Phi) \\ \frac{\partial S(\Phi)}{\partial(\Phi)} &= \frac{(Z - X\Phi)' (Z - X\Phi)}{\partial(\Phi)} = (Z - X\Phi)' (-X) \\ &= -X Z' + \Phi' X' X \text{ atau } \Phi' X' X = X Z' \\ \Phi' &= (X' X)^{-1} Z' X \\ \hat{\Phi} &= (X' X)^{-1} X' Z \end{aligned}$$

Dengan $X'X$ adalah matriks non singular

3. Validasi Model

Dalam Penelitian ini, uji diagnostik dilakukan dengan mengikuti prosedur baru dalam pemodelan GSTAR menggunakan pendekatan Invers Matriks Autokovariansi (Mukhaiyar dan Pasaribu, 2012). Validasi ini terdiri dari 2 tahapan yaitu:

Validasi 1 : Cek kestasioneran dengan menggunakan Pendekatan IMAk (Invers Matriks Autokovariansi)

Validasi 2 : Menentukan model terbaik yaitu dengan menggunakan Mean Square of Residuals (MSR)

Pada validasi 1, model GSTAR stasioner apabila kovariansi dari $Z(t)$ tidak berubah terhadap waktu. Kondisi stasioner dari model GSTAR dapat diketahui dengan menggunakan IMAk seperti pada proposisi berikut:

Proposisi 1

Misalkan $A = \Phi_0 + \Phi_1 W$ adalah matriks berukuran $N \times N$ dan IMAk

$$M_1 = I_N - A' A$$

adalah invers dari matriks autokovariansi yang elemen - elemennya merupakan parameter dari GSTAR(1;1). Jika determinan semua submatriks pemuka utama dari IMAk positif, maka model GSTAR(1;1) stasioner.

Proposisi 2

Model GSTAR(1; λ_1) dikatakan stasioner, jika determinan semua submatriks utama bernilai positif. Kondisi stasioner pada proposisi 1 dan 2 memenuhi kondisi stasioner yang dikemukakan oleh Wei untuk model VAR selanjutnya untuk model GSTAR(1; λ_1, λ_2) didefinisikan matriks berukuran $N \times N$ $A_k = \sum_{\ell=0}^{\lambda_1} \Phi_{k\ell} W^\ell$, $k = 1, 2$ dan IMAk berukuran $(2N \times 2N)$ adalah:

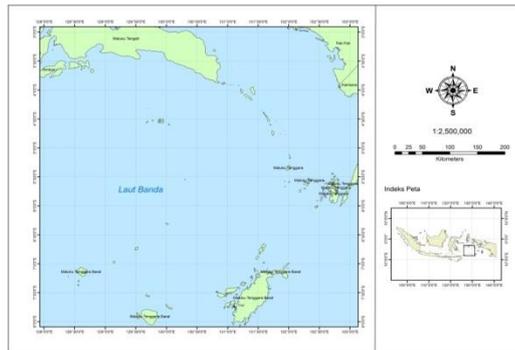
$$M_2 = \begin{pmatrix} I_N - A_2' A_2 & -A_1' - A_2' A_1 \\ -A_1 - A_1' A_2 & I_N - A_2' A_2 \end{pmatrix}$$

Proposisi 3

Model GSTAR(2; λ_1, λ_2) dikatakan stasioner, jika determinan semua submatriks pemuka utama bernilai positif.

Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini, akan dilakukan pemodelan Space – Time terhadap data bulanan kekuatan gempa maksimum dari bulan Januari 2000 sampai dengan bulan Desember 2009 di wilayah Laut Banda – Maluku yang berjumlah 120 data. Data gempa diperoleh dari IRIS seismiQuery (<http://ds.iris.edu/seismiQuery/sq-eventsmag.htm>). Lengkap data gempa dapat dilihat pada Lampiran A. Awalnya lokasi yang dipilih adalah lokasi yang berada pada garis lintang -8° sampai -3° dan garis bujur 128° sampai 133° dan lokasi itu dibagi dalam grid dengan ukuran $0,5^{\circ} \times 0,5^{\circ}$, kemudian dipilih 10 grid untuk menjadi lokasi penelitian. 10 grid yang dipilih adalah lokasi-lokasi yang hampir setiap bulannya terjadi gempa dan hanya ada beberapa bulan saja dimana gempa tidak terjadi.



Gambar 2. Lokasi Penelitian

Koordinat setiap lokasi, dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Koordinat Lokasi Gempa

Lokasi	Latitude	Longitude
1	-6,75	131,25
2	-6,75	130,75
3	-6,25	131,25
4	-5,75	132,25
5	-5,75	130,75
6	-5,25	132,25
7	-5,25	130,75
8	-4,75	132,25
9	-4,75	131,25
10	-4,25	130,75

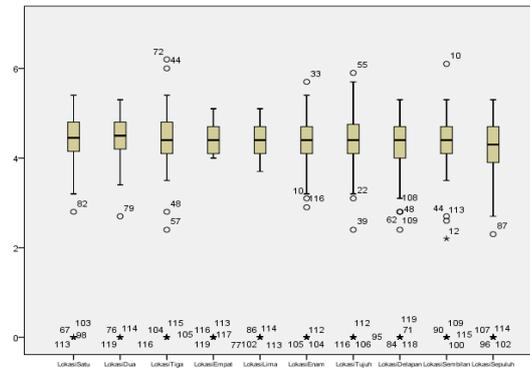
Statistik Deskriptif

Statistik deskriptif dari data gempa dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Statistik Deskriptif Data Gempa

Lokasi	N	Range	Minimum	Maksimum	Mean	Std.Dev	Variance
1	120	5,40	0,00	5,40	3,97	1,56	2,74
2	120	5,30	0,00	5,30	4,17	1,32	1,15
3	120	6,20	0,00	6,20	3,69	1,86	1,75
4	120	5,10	0,00	5,10	3,70	1,73	1,20
5	120	5,10	0,00	5,10	3,88	1,55	1,37
6	120	5,70	0,00	5,70	3,83	1,61	0,97
7	120	5,90	0,00	5,90	3,89	1,60	1,62
8	120	5,30	0,00	5,30	4,00	1,35	1,70
9	120	6,10	0,00	6,10	3,90	1,50	1,70
10	120	5,30	0,00	5,30	3,60	1,77	1,71

Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa untuk setiap lokasi, ada waktu dimana tidak terjadi gempa sama sekali sehingga pada Tabel 3 data minimum untuk setiap lokasi adalah 0. Gempa terbesar untuk masing-masing lokasi berbeda-beda namun semuanya berada pada kekuatan 5 SR ke atas dan di antara 10 lokasi, gempa terbesar yang pernah terjadi adalah gempa pada lokasi 3 dengan kekuatan 6,2 SR. Selanjutnya, Box-Plot dari data gempa dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Box-Plot Data Gempa Bulan Januari 2010-Desember 2009.

Berdasarkan Box-Plot data gempa pada Gambar 3, terlihat bahwa untuk setiap lokasi, terdapat data pencilan dan data pencilan itu adalah gempa dengan kekuatan antara 0 dan 3,5 SR dan untuk lokasi 3, 6, 7 dan 9 ada juga pencilan dengan kekuatan gempa lebih dari 5,7 SR. Berdasarkan hasil dari Box-Plot, terlihat beberapa nilai 0 yang merupakan pencilan dari data gempa. Adanya banyak pencilan yang terdapat pada data, maka data gempa yang akan dimodelkan dalam penelitian ini ada beberapa yaitu:

- Pemodelan dengan memakai semua data gempa termasuk data yang bernilai 0
- Pemodelan dengan mengganti semua data yang bernilai 0, dengan bilangan acak pada selang $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ dimana μ dan σ masing-masing adalah mean dan standar deviasi dari gempa dengan kekuatan di bawah 4 SR.
- Pemodelan dengan mengganti semua data dibawah 3 dengan bilangan acak di antara 3 dan 3,5
- Pemodelan dengan mengganti semua data dibawah 3,5 dengan bilangan acak di antara 3,5 dan 4.

Untuk pengolahan selanjutnya data yang digunakan untuk pemodelan bagian a akan disebut data set 1, data untuk pemodelan bagian b akan disebut data set 2, data untuk pemodelan bagian c akan disebut data set 3, dan data untuk pemodelan bagian d akan disebut data set 4.

Selanjutnya pemodelan dilakukan dengan menggunakan 3 langkah yang sudah dijelaskan di bab sebelumnya menggunakan matrik bobot biner dan matrik bobot seragam.

Tabel 4. Hasil Identifikasi Model untuk Data Set 1

Matriks Bobot	Model Yang mungkin
Seragam	GSTAR(2;1,0),GSTAR(2;2,0) GSTAR(2;3,0)
Biner	GSTAR(2;1,0)

Tabel 5. Hasil Identifikasi Model untuk Data Set 2

Matriks Bobot	Model Yang mungkin
Seragam	GSTAR(1;3)
Biner	GSTAR(1;2)

Identifikasi Model untuk Data Set C dan Data Set D menghasilkan model yang sama dengan Data Set B untuk setiap matriks bobotnya.

Adapun model GSTAR(2;1,0), (2;2,0), GSTAR(2;3,0), GSTAR(1;2) dan GSTAR(1;3) dapat dilihat pada persamaan berikut:

Model GSTAR(2;1,0):

$$Z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} WZ_i(t-1) + \phi_{20}^{(i)} Z_i(t-2) + \varepsilon_i(t)$$

Model GSTAR(2;2,0):

$$Z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} WZ_i(t-1) + \phi_{12}^{(i)} W^2 Z_i(t-1) + \phi_{20}^{(i)} Z_i(t-2) + \varepsilon_i(t)$$

Model GSTAR(2;3,0):

$$Z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} WZ_i(t-1) + \phi_{12}^{(i)} W^2 Z_i(t-1) + \phi_{13}^{(i)} W^3 Z_i(t-1) + \phi_{20}^{(i)} Z_i(t-2) + \varepsilon_i(t)$$

GSTAR(1;3)

$$Z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} WZ_i(t-1) + \phi_{12}^{(i)} W^{(2)} Z_i(t-1) + \phi_{13}^{(i)} W^{(3)} Z_i(t-1) + \varepsilon_i(t)$$

GSTAR(1;2)

$$Z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} WZ_i(t-1) + \phi_{12}^{(i)} W^{(2)} Z_i(t-1) + \varepsilon_i(t)$$

Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, dan diperoleh parameter untuk setiap lokasinya. Validasi model dengan menggunakan invers matriks autokovariansi (ImaK) memperoleh hasil yang dapat dilihat pada Tabel 6, Tabel 7, Tabel 8 dan Tabel 9.

Tabel 6. Validasi Model Data Set 1
 Menggunakan ImaK

Deter minan	Seragam			Biner
	GSTAR (2;1,0)	GSTAR (2;2,0)	GSTAR (2;3,0)	GSTAR (2;1,0)
1x1	0,9880	0,9968	0,9951	0,9880
2x2	0,8509	0,9374	0,9686	0,8509
3x3	0,6759	0,8195	0,8797	0,6759
4x4	0,6251	0,7779	0,8790	0,6734
5x5	0,5355	0,7403	0,8789	0,6724
6x6	0,5196	0,7398	0,8786	0,6053
7x7	0,4670	0,7131	0,8740	0,6026
8x8	0,4553	0,7120	0,8718	0,5874
9x9	0,4507	0,7049	0,8624	0,5765
10x10	0,4507	0,7048	0,8624	0,5723
11x11	0,2142	0,5795	0,6981	0,2720
12x12	0,0431	0,3759	0,4993	0,0546
13x13	-0,0015	0,2209	0,3762	-0,0020
14x14	-0,0009	0,1481	0,2501	-0,0231
15x15	-0,0003	0,0544	0,1844	-0,0425
16x16	-0,0001	0,0322	0,1313	-0,0163
17x17	0,0000	0,0110	0,0574	-0,0119
18x18	0,0000	0,0035	0,0188	0,0037
19x19	0,0000	-0,0060	-0,0221	0,0048
20x20	0,0000	-0,0179	-0,0639	0,0067

Tabel 7. Validasi Model Data Set 2
 Menggunakan ImaK

Deter minan	Model	
	GSTAR(1;3) (Seragam)	GSTAR(1;2) (Biner)
1x1	0,9383	0,9006
2x2	0,7321	0,5769
3x3	0,4806	0,2778
4x4	0,4149	0,2401
5x5	0,1185	-0,0045
6x6	-0,0159	-0,0132
7x7	-0,0505	-0,0149
8x8	-0,0506	-0,0096
9x9	-0,0747	-0,0074
10x10	-0,1044	-0,0058

Tabel 8. Validasi Model Data Set 3

Menggunakan Imak

Determinan	Model	
	GSTAR(1;3) (Seragam)	GSTAR(1;2) (Biner)
1x1	0,9246	0,8757
2x2	0,7423	0,6912
3x3	0,5964	0,5374
4x4	0,5086	0,4354
5x5	0,4527	0,3724
6x6	0,3478	0,3193
7x7	0,1398	0,2155
8x8	0,1050	0,1498
9x9	0,0754	0,0509
10x10	0,0595	0,0151

Tabel 9. Validasi Model Data Set 4

Menggunakan Imak

Determinan	Model	
	GSTAR(1;3) (Seragam)	GSTAR(1;2) (Biner)
1x1	0,9174	0,8265
2x2	0,7474	0,5780
3x3	0,5884	0,3879
4x4	0,5062	0,3284
5x5	0,2767	0,0402
6x6	0,1183	0,0121
7x7	0,0460	0,0051
8x8	0,0300	0,0047
9x9	-0,0154	0,0036
10x10	-0,0450	0,0007

Berdasarkan Tabel 6 dan 7, terlihat bahwa data set 1 dan data Set 2 memiliki determinan yang bernilai negatif. Hal ini berarti Data Set 1 dan Data Set 2 tidak stasioner dan tidak dapat dimodelkan dengan GSTAR karena tidak memenuhi kriteria validasi dengan Imak. Berdasarkan Tabel 8 dan 9 data set 3 stasioner, data set 4 stasioner hanya untuk GSTAR (1;2) dengan menggunakan matriks bobot biner karena GSTAR (1;3) dengan menggunakan matriks bobot seragam ada nilai determinannya yang negatif. Untuk data set 3, karena nilai determinannya semua positif, baik untuk model GSTAR(1;2) maupun GSTAR(1;3), akan dilanjutkan dengan membandingkan nilai Mean Square Error(MSE). Model dengan nilai MSE terkecil adalah model yang terbaik. Nilai MSE untuk Data Set 3 dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10. Nilai MSE Data Set 3

Matriks Bobot	MSE
GSTAR(1;3) Seragam	0,2512
GSTAR(1;3) Biner	0,2010

Berdasarkan Tabel 10 dapat dilihat bahwa nilai MSE yang terkecil adalah model GSTAR(1;3) dengan menggunakan matriks bobot biner sehingga model yang terbaik untuk data set 3 adalah model GSTAR(1;3) dengan menggunakan matriks bobot biner dan model terbaik Data Set 4 adalah model GSTAR (1;2).

Kesimpulan

1. Matriks bobot yang digunakan dalam pemodelan sangat berpengaruh terhadap hasil analisis space-time.
2. Model yang tepat untuk memodelkan data gempa di wilayah laut Banda adalah Model GSTAR(1;3) dengan menggunakan matriks bobot biner untuk data dengan kekuatan gempa lebih dari 3 SR.
3. Model yang tepat untuk memodelkan data gempa di wilayah laut Banda adalah Model GSTAR(1;2) dengan menggunakan matriks bobot biner subduksi untuk data dengan kekuatan gempa lebih dari 3,5 SR.

DAFTAR PUSTAKA

- Asrurifak, M. (2010). *Peta Respon Spektra Indonesia untuk Perencanaan Struktur Bangunan Tahan Gempa Tiga Dimensi dalam analisis Probabilitas*. Disertasi Program Doktor. Institut Teknologi Bandung.
- Box, G. E. P and G. M. Jenkins. (1976). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden-Day, Inc. San Fransisco.
- Chen, W.F, Duan L. 2000. *Bridge Engineering Handbook, Seismic Design*. Boca Raton: CRC Press. <http://www.batumedia.com/2015/07/gempa-bumi.html>
- Mukhaiyar, U. (2007). *Kekonsistenan Lemah Penaksir Kuadrat Terkecil Model Space-Time GSTAR(11) Melalui Proses Beda Martingale: Studi Kasus pada Produksi Bulanan Perkebunan Teh di Wilayah Jawa Barat*. Tesis Program magister. Institut Teknologi Bandung.
- Mukhaiyar, U dan Pasaribu. (2012). *A New Procedure of Generalized STAR Modelling using IAcM Approach*. Statistics Research Division, Institut Teknologi Bandung
- Natvig, B. and Tvette, I. F. (2007). *Bayesian Hierarchical Space-time Modeling of Earthquake Data*
- Mukhaiyar, U. Bahan Ajar Topik Dalam Statistik 2. Institut Teknologi Bandung
- Pfeifer, P. E. and Deutsch, S. J. (1980). *A Three-Stage Iterative Approach for Space-Time Modeling*, *Technometrics*, Vol. 22, No. 1.
- Pfeifer, P. E. and Deutsch, S. J. (1980). *Identification and Interpretation of First Order Space-Time ARMA Models*, *Technometrics*, Vol. 22, No. 3.